

Penerapan Aljabar Linear Dalam Penyelesaian Sistem Persamaan Linear Menggunakan Metode Eliminasi Gauss

Desni Paramitha Purba¹ Ichwanul Muslim Karo Karo²

Universitas Negeri Medan, Kota Medan, Provinsi Sumatera Utara, Indonesia^{1,2}

Email: desnypurba9@mhs.unimed.ac.id¹ ichwanul@unimed.ac.id²

Abstrak

Sistem persamaan linear merupakan salah satu bagian penting dalam aljabar linear dasar yang memiliki banyak penerapan di berbagai bidang, mulai dari teknik, ekonomi, hingga ilmu komputer. Metode eliminasi Gauss merupakan salah satu pendekatan sistematis untuk menyelesaikan sistem persamaan linear secara efisien. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan penerapan metode eliminasi Gauss dalam menyelesaikan sistem persamaan linear, melalui studi literatur dan analisis kasus. Hasil menunjukkan bahwa metode ini sangat efektif dalam menyelesaikan sistem dengan solusi unik, dan juga mudah diimplementasikan secara manual maupun melalui perangkat lunak. Dengan struktur langkah yang sistematis, metode ini memberikan solusi yang akurat serta menjadi dasar dalam pemrograman matematis.

Kata Kunci: Aljabar Linear, Eliminasi Gauss, Sistem Persamaan Linear, Matriks, Solusi Numerik

Abstract

Linear equation systems are a fundamental topic in basic linear algebra with wide applications in fields such as engineering, economics, and computer science. The Gaussian elimination method is a systematic approach to efficiently solve linear equation systems. This research aims to describe the application of the Gaussian elimination method for solving linear systems through literature studies and case analysis. The results show that this method is highly effective for solving systems with unique solutions and is easy to implement manually or via mathematical software. With its structured steps, the method provides accurate solutions and serves as a foundation for mathematical programming.

Keywords: Linear Algebra, Gaussian Elimination, Linear Equation Systems, Matrices, Numerical Solution



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

PENDAHULUAN

Aljabar linear merupakan cabang matematika yang mempelajari vektor, ruang vektor, transformasi linear, dan sistem persamaan linear. Salah satu topik yang sering muncul dalam pembahasan adalah sistem persamaan linear (SPL). SPL banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari dan berbagai bidang ilmu, seperti teknik sipil, ekonomi, fisika, dan ilmu komputer. Oleh karena itu, pemahaman terhadap metode penyelesaian SPL menjadi penting. Metode eliminasi Gauss merupakan metode yang paling umum digunakan untuk menyelesaikan SPL. Metode ini melibatkan manipulasi sistem persamaan ke dalam bentuk matriks augmented, kemudian dilakukan proses reduksi ke bentuk segitiga atas yang kemudian diselesaikan melalui substitusi balik. Penelitian ini bertujuan untuk memberikan pemahaman menyeluruh tentang bagaimana metode ini diterapkan dan dianalisis dalam menyelesaikan sistem linear. Penelitian ini bertujuan untuk memaparkan prosedur metode eliminasi Gauss secara lengkap, memberikan contoh numerik, dan menunjukkan efektivitas metode ini dalam menyelesaikan SPL tiga variabel.

Tinjauan Pustaka

Metode Eliminasi Gauss telah digunakan secara luas dalam pemecahan SPL, baik dalam pendidikan maupun implementasi praktis. Menurut Lay (2020), eliminasi Gauss dapat

menyederhanakan proses penyelesaian SPL menjadi bentuk yang lebih terstruktur. Strang (2021) menyebut metode ini sebagai salah satu fondasi dalam sistem aljabar linier numerik modern. Yusuf et al. (2024) mengembangkan aplikasi berbasis Python untuk menyelesaikan SPL menggunakan eliminasi Gauss dan menyimpulkan bahwa metode ini cocok digunakan dalam pendidikan maupun aplikasi teknis. Peca-Medlin (2023) menganalisis kestabilan eliminasi Gauss ketika digunakan dalam sistem dengan elemen-elemen besar dan menemukan bahwa prosedur ini stabil dalam kasus sederhana. Beberapa penelitian terbaru juga menunjukkan penerapan eliminasi Gauss dalam konteks nyata. Duan dan Dinavahi (2023) menerapkan metode ini dalam sistem kelistrikan. Huang dan Tikhomirov (2022) melakukan studi rata-rata terhadap kompleksitas komputasi dari metode ini. Tran dan van den Berg (2023) mengembangkan metode serupa untuk sistem dengan parameter fleksibel. Penerapan dalam bidang komputer dilakukan oleh Yusuf et al. (2024), yang mengembangkan perangkat lunak penyelesaian SPL berbasis eliminasi Gauss. Goubault de Brugière et al. (2022) membandingkan metode ini dengan pendekatan greedy dalam sintesis sirkuit. Peca-Medlin (2023) menganalisis kestabilan numerik dari algoritma eliminasi. Temuan mereka mendukung bahwa metode ini tetap relevan dan andal. Penelitian-penelitian ini menunjukkan bahwa eliminasi Gauss bukan hanya relevan untuk pembelajaran dasar, tetapi juga terus berkembang dalam berbagai studi lanjut.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode deskriptif kualitatif berbasis studi literatur dan analisis kasus. Studi literatur dilakukan dengan mengumpulkan referensi dari jurnal-jurnal ilmiah lima tahun terakhir mengenai eliminasi Gauss dan penerapannya dalam SPL. Selanjutnya dilakukan simulasi numerik pada sistem tiga persamaan dengan tiga variabel untuk memvisualisasikan langkah-langkah metode eliminasi Gauss. Langkah-langkah umum eliminasi Gauss meliputi:

1. Menyusun sistem ke dalam bentuk matriks augmented.
2. Mengubah bentuk matriks ke segitiga atas.
3. Melakukan substitusi balik untuk menemukan solusi.

Penerapan metode ini ditujukan untuk memberikan visualisasi menyeluruh tentang bagaimana SPL dapat diselesaikan secara sistematis dan logis menggunakan eliminasi Gauss.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Untuk menguji penerapan metode eliminasi Gauss dalam menyelesaikan sistem persamaan linear, digunakan studi kasus dengan sistem tiga persamaan linear tiga variabel sebagai berikut:

Persamaan:

$$x + y + z = 6$$

$$2x + 3y + z = 14$$

$$x + 2y + 3z = 14$$

Langkah 1: Menyusun Matriks Augmented

Sistem diubah menjadi bentuk matriks augmented:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 2 & 3 & 1 & 14 \\ 1 & 2 & 3 & 14 \end{array} \right]$$

Langkah 2: Eliminasi Gauss

Langkah pertama dalam eliminasi Gauss adalah membuat nol pada elemen-elemen di bawah pivot pertama (elemen $[1,1]$).

a. Eliminasi Baris 2 ($B2 \leftarrow B2 - 2 \times B1$):

$$[2 \ 3 \ 1 \ | \ 14] - 2 \times [1 \ 1 \ 1 \ | \ 6] = [0 \ 1 \ -1 \ | \ 2]$$

b. Eliminasi Baris 3 ($B3 \leftarrow B3 - B1$):

$$[1 \ 2 \ 3 \ | \ 14] - [1 \ 1 \ 1 \ | \ 6] = [0 \ 1 \ 2 \ | \ 8]$$

Matriks menjadi:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 8 \end{array} \right]$$

Langkah selanjutnya adalah mengeliminasi elemen pada posisi $[3,2]$.

c. Eliminasi Baris 3 ($B3 \leftarrow B3 - B2$):

$$[0 \ 1 \ 2 \ | \ 8] - [0 \ 1 \ -1 \ | \ 2] = [0 \ 0 \ 3 \ | \ 6]$$

Matriks setelah eliminasi:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 6 \end{array} \right]$$

Langkah 3: Substitusi Balik

Dengan bentuk segitiga atas (echelon form), kita dapat menyelesaikan variabel dari bawah ke atas.

- Dari baris ketiga: $3z = 6 \Rightarrow z = 2$
- Dari baris kedua: $y - z = 2 \Rightarrow y = 2 + z = 2 + 2 = 4$
- Dari baris pertama: $x + y + z = 6 \Rightarrow x = 6 - y - z = 6 - 4 - 2 = 0$
- Hasil solusi sistem: $x = 0, y = 4, z = 2$

Hasil ini menunjukkan bahwa metode eliminasi Gauss mampu menyelesaikan sistem persamaan linear secara efisien. Proses ini mengurangi sistem ke bentuk eselon baris atas, memungkinkan penyelesaian sistem melalui substitusi balik secara sistematis. Keuntungan dari metode ini adalah kejelasan struktur langkah-langkahnya dan kemampuannya untuk diotomatisasi melalui pemrograman. Dalam konteks implementasi komputer, metode ini banyak digunakan dalam software seperti MATLAB, Python (NumPy), dan aplikasi kalkulasi numerik lainnya. Namun, perlu diperhatikan bahwa untuk sistem yang lebih besar atau dengan elemen numerik ekstrem (sangat besar/kecil), perlu disertakan teknik stabilisasi seperti pivot parsial agar hasil lebih akurat. Metode eliminasi Gauss tidak hanya cocok untuk sistem dengan solusi unik, tetapi juga menjadi dasar untuk metode lanjutan seperti eliminasi Gauss-Jordan dan dekomposisi LU. Oleh karena itu, memahami prosedur dasar ini merupakan langkah penting dalam penguasaan aljabar linear terapan.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil kajian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa Eliminasi Gauss merupakan metode yang efektif dalam menyelesaikan sistem persamaan linear secara sistematis. Metode ini dapat diterapkan secara manual maupun melalui program komputer, dan cocok untuk sistem dengan solusi tunggal. Untuk pengembangan selanjutnya, penelitian dapat difokuskan pada penerapan metode ini dalam sistem berskala besar, serta membandingkannya dengan metode numerik lain seperti eliminasi Gauss-Jordan, dekomposisi LU, dan metode iteratif.

DAFTAR FUSTAKA

- A. N. Rahma, R. Rahmawati, and W. Wahyuni, "Metode Eliminasi Gauss untuk Penyelesaian Sistem Kongruensi Linier," *Jurnal Sains Matematika dan Statistika*, vol. 6, no. 1, 2021.
- D. C. Lay, *Linear Algebra and Its Applications*, 5th ed., Pearson, 2020.
- D. H. Siregar and H. Andayani, "Optimasi Perhitungan Matriks Ordo Tinggi Menggunakan Eliminasi Gauss," *Jurnal Matematika Integratif*, vol. 10, no. 2, 2023.
- G. Strang, *Introduction to Linear Algebra*, 5th ed., Wellesley-Cambridge Press, 2021.
- H. Huang and K. Tikhomirov, "Average-case analysis of the Gaussian Elimination with Partial Pivoting," *Journal of Computational Mathematics and Statistics*, vol. 10, no. 2, pp. 233–245, 2022.
- I. M. Karo Karo et al., "Implementation of Gauss Elimination Method on Electrical Circuits Using Python," *Journal of Artificial Intelligence and Engineering Applications*, vol. 4, no. 1, pp. 5–9, 2024.
- M. Yusuf et al., "Pengembangan Aplikasi untuk Solusi Persamaan Linear Menggunakan Metode Eliminasi Gauss," *Jurnal Ilmiah FIFO*, vol. 16, no. 1, 2024.
- N. V. Tran and I. van den Berg, "Gaussian elimination for flexible systems of linear inclusions," *Journal of Computational Mathematics*, vol. 27, no. 4, 2023.
- R. R. V. Siregar et al., "Numerical Analysis of Rice Growth Phases in Karawang Using the Gauss-Jordan Elimination Method," *EduMatSains: Jurnal Pendidikan, Matematika dan Sains*, vol. 8, no. 2, pp. 261–269, 2024.
- T. Duan and V. Dinavahi, "Gaussian elimination-based solution methods of electric systems using circuit principles," *Electronics Letters*, vol. 59, no. 11, 2023.