

Penerapan Konsep Dasar Aljabar Linear Dalam Pemecahan Sistem Persamaan Linear

Leni Karmila Daulay¹ Ichwanul Muslim Karo Karo²

Universitas Negeri Medan, Kota Medan, Provinsi Sumatera Utara, Indonesia^{1,2}

Email: lenikarmila.4231250006@mhs.unimed.ac.id¹ ichwanul@unimed.ac.id²

Abstrak

Sistem persamaan linear merupakan topik penting dalam aljabar linear dan sering digunakan dalam berbagai bidang, seperti matematika, teknik, ekonomi, dan ilmu komputer. Penelitian ini membahas penyelesaian sistem persamaan linear dua dan tiga variabel menggunakan tiga metode utama, yaitu substitusi, eliminasi Gauss, dan invers matriks. Masing-masing metode memiliki langkah-langkah yang berbeda namun menghasilkan solusi yang sama jika diterapkan dengan benar. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode eliminasi Gauss dan invers matriks lebih efisien untuk sistem dengan jumlah variabel yang lebih banyak, sementara metode substitusi cocok digunakan untuk sistem sederhana.

Kata Kunci: Sistem Persamaan Linear, Substitusi, Eliminasi Gauss, Invers Matriks, Aljabar Linear



This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/).

PENDAHULUAN

Sistem persamaan linear merupakan salah satu topik penting dalam aljabar linear yang memiliki peran besar dalam berbagai bidang ilmu dan aplikasi dunia nyata. Secara umum, sistem persamaan linear adalah kumpulan dari beberapa persamaan yang memiliki variabel yang sama dan bertujuan untuk mencari nilai dari variabel-variabel tersebut. Misalnya, dalam dua variabel, sistem persamaan linear dapat berupa sepasang persamaan yang harus memenuhi kondisi yang ditentukan dalam persamaan tersebut secara bersamaan. Sistem persamaan linear tidak hanya terbatas pada dua variabel, tetapi dapat juga melibatkan lebih banyak variabel, yang dikenal sebagai sistem persamaan linear multivariabel. Sistem jenis ini sering ditemukan dalam penelitian dan aplikasi nyata, seperti dalam bidang ekonomi untuk model peramalan, dalam teknik untuk desain struktur, dan dalam ilmu komputer untuk optimasi algoritma. Pemahaman yang baik tentang cara menyelesaikan sistem persamaan linear sangat penting untuk memperoleh solusi yang akurat dan efisien dalam berbagai permasalahan tersebut. Penyelesaian sistem persamaan linear dapat dilakukan dengan berbagai metode yang telah dikembangkan sejak lama. Beberapa metode yang umum digunakan antara lain adalah metode substitusi, metode eliminasi Gauss, dan metode invers matriks. Setiap metode memiliki karakteristik dan cara penyelesaian yang berbeda, serta memiliki keunggulan dan kekurangannya masing-masing. Oleh karena itu, penting bagi seorang peneliti atau praktisi untuk memilih metode yang paling sesuai dengan kondisi sistem yang dihadapi. (Lay, 2012)

Sistem persamaan linear juga memainkan peran utama dalam pembentukan model matematis yang lebih kompleks, seperti sistem dinamis dan jaringan sosial. Dalam hal ini, solusi sistem persamaan linear berfungsi sebagai dasar untuk menyelesaikan berbagai masalah yang lebih besar, yang mencakup banyak variabel dan parameter. Menurut Lay (2012), "Sistem persamaan linear memberikan dasar untuk memecahkan banyak masalah dalam ilmu terapan dan teori, yang membutuhkan pemahaman tentang struktur, sifat, dan solusi dari persamaan-persamaan linear." (Lay, D.C. 2012. Linear Algebra and Its Applications. Pearson).

Tinjauan Pustaka

Pengertian Aljabar Linear

Aljabar linear adalah cabang matematika yang mempelajari vektor, ruang vektor, transformasi linear, serta sistem persamaan linear. Konsep ini menjadi dasar dalam berbagai aplikasi, seperti grafik komputer, ilmu data, teknik sipil, ekonomi, hingga kecerdasan buatan. Dalam konteks pendidikan, aljabar linear dasar mencakup pengenalan terhadap operasi-operasi dasar seperti penjumlahan vektor, perkalian matriks, dan pemahaman mengenai determinan. Menurut Anton dan Rorres (2010), aljabar linear merupakan alat yang sangat kuat dalam menganalisis dan memodelkan hubungan antar variabel, khususnya dalam bentuk linear. Dengan kata lain, konsep-konsep dalam aljabar linear membantu mempermudah pemecahan masalah kompleks yang melibatkan banyak variabel.

Sistem Persamaan Linear

Sistem persamaan linear adalah kumpulan dua atau lebih persamaan linear yang memiliki satu atau lebih variabel. Sistem ini dapat diselesaikan menggunakan berbagai metode, tergantung pada jumlah persamaan dan variabel yang terlibat. Sistem ini biasanya ditulis dalam bentuk:

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m\end{aligned}$$

di mana a_{ij} adalah koefisien, x_j adalah variabel, dan b_i adalah hasil konstanta.

Metode Penyelesaian Sistem Persamaan Linear

Terdapat beberapa metode umum yang digunakan untuk menyelesaikan sistem persamaan linear, yaitu:

1. Metode substitusi

Metode ini digunakan dengan menyelesaikan salah satu persamaan untuk satu variabel, lalu menggantikannya ke persamaan lainnya. Cocok untuk sistem kecil (2-3 variabel), tetapi kurang efisien untuk sistem yang lebih besar.

2. Metode Eliminasi Gauss. Merupakan metode sistematis dengan mengubah sistem persamaan menjadi bentuk matriks, lalu mengubahnya menjadi bentuk eselon baris. Tujuannya adalah menyederhanakan sistem menjadi bentuk segitiga atas agar solusi dapat diperoleh melalui substitusi balik (back substitution).

3. Jika sistem dapat ditulis dalam bentuk matriks $AX = B$, maka solusi dapat diperoleh dengan $X = A^{-1} B$, selama matriks A memiliki invers. Metode ini sangat berguna jika ingin menyelesaikan banyak sistem dengan koefisien yang sama.

Aplikasi Aljabar Linear dalam Kehidupan Nyata

Konsep aljabar linear tidak hanya terbatas dalam ruang kelas, tetapi juga banyak digunakan dalam berbagai bidang:

- Bidang teknik: analisis rangkaian listrik dan struktur bangunan.
- Ilmu komputer: pengolahan citra, machine learning, dan algoritma kompresi.
- Ekonomi: model input-output dalam perencanaan ekonomi.
- Statistika: regresi linear dan metode estimasi parameter.

Hal ini menunjukkan bahwa penguasaan dasar aljabar linear, khususnya sistem persamaan linear, sangat bermanfaat baik dalam aspek akademik maupun profesional.

METODE PENELITIAN

Jenis penelitian ini merupakan studi literatur (library research) yang bersifat deskriptif-kualitatif. Penelitian dilakukan dengan mengumpulkan, mengkaji, dan menganalisis berbagai sumber referensi yang relevan mengenai konsep dasar aljabar linear dan metode penyelesaian sistem persamaan linear. Selain itu, dilakukan juga simulasi penyelesaian beberapa contoh soal untuk memperjelas penerapan setiap metode.

Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini berasal dari:

1. Buku teks Aljabar Linear, seperti karya Howard Anton (Elementary Linear Algebra) dan David C. Lay (Linear Algebra and Its Applications).
2. Artikel jurnal ilmiah yang membahas metode penyelesaian sistem persamaan linear.
3. Sumber online terpercaya seperti jurnal di Google Scholar dan situs-situs akademik.
4. Contoh soal dari buku dan latihan pembelajaran aljabar linear.

Teknik Pengumpulan Data

Data dikumpulkan dengan cara dokumentasi dan studi literatur. Penulis mengumpulkan teori-teori dari berbagai referensi, lalu menyeleksi metode-metode penyelesaian sistem persamaan linear yang umum digunakan dan aplikatif. Selanjutnya, penulis memilih beberapa contoh kasus untuk dianalisis.

Teknik Analisis Data

Data dianalisis dengan pendekatan deskriptif. Langkah-langkah analisis yang dilakukan adalah:

1. Menjelaskan teori dasar setiap metode penyelesaian sistem persamaan linear.
2. Menyelesaikan contoh kasus dengan menggunakan masing-masing metode.
3. Membandingkan hasil dan efisiensi dari tiap metode.
4. Menarik kesimpulan mengenai metode mana yang lebih efektif dalam konteks tertentu.

HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

Contoh Soal Sistem Persamaan Linear

Diberikan sistem persamaan linear dua variabel berikut:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ x - 2y = -1 \end{cases}$$

Kita akan menyelesaikan sistem ini menggunakan tiga metode berbeda:

Metode Substitusi

Langkah 1: Ambil salah satu persamaan dan nyatakan satu variabel dalam bentuk variabel lainnya. Dari persamaan (2):

$$x - 2y = -1 \rightarrow x = 2y - 1$$

Langkah 2: Substitusikan nilai x ke dalam persamaan (1):

$$2(2y - 1) + 3y = 12$$

$$4y - 2 + 3y = 12$$

$$7y = 14 \Rightarrow y = 2$$

Langkah 3: Substitusikan nilai y ke dalam $x = 2y - 1$:

$$x = 2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$$

Jadi, solusi dari sistem tersebut adalah:

$$x = 3, y = 2$$

Metode Eliminasi Gauss

Tuliskan dalam bentuk augmented matrix:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{matrix} 12 \\ -1 \end{matrix}$$

Langkah 1: Eliminasi x dari baris ke-2

Gunakan operasi: baris 2 = baris 2 - 1/2 × baris 1:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -3.5 \end{bmatrix} \begin{matrix} 12 \\ -7 \end{matrix}$$

Langkah 2: Substitusi balik

Dari baris ke-2:

$$3.5y = -7 \Rightarrow y = 2$$

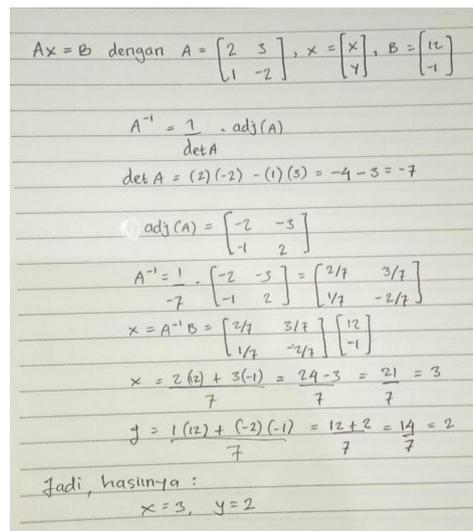
Substitusikan ke baris pertama:

$$2x + 3(2) = 12 \Rightarrow 2x + 6 = 12 \Rightarrow x = 3$$

Hasilnya sama:

$$x = 3, y = 2$$

Metode Matriks Invers



$Ax = B$ dengan $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, $x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 12 \\ -1 \end{bmatrix}$
 $A^{-1} = \frac{1}{\det A} \cdot \text{adj}(A)$
 $\det A = (2)(-2) - (1)(3) = -4 - 3 = -7$
 $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$
 $A^{-1} = \frac{1}{-7} \cdot \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/7 & 3/7 \\ 1/7 & -2/7 \end{bmatrix}$
 $x = A^{-1}B = \begin{bmatrix} 2/7 & 3/7 \\ 1/7 & -2/7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ -1 \end{bmatrix}$
 $x = \frac{2(12) + 3(-1)}{7} = \frac{24 - 3}{7} = \frac{21}{7} = 3$
 $y = \frac{1(12) + (-2)(-1)}{7} = \frac{12 + 2}{7} = \frac{14}{7} = 2$
 Jadi, hasilnya:
 $x = 3, y = 2$

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil kajian dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat disimpulkan bahwa sistem persamaan linear merupakan komponen fundamental dalam aljabar linear yang memiliki peran luas dalam pemecahan masalah di berbagai bidang ilmu. Melalui penerapan tiga metode penyelesaian yaitu substitusi, eliminasi Gauss, dan matriks invers, ditemukan bahwa masing-masing metode memiliki karakteristik dan tingkat efisiensi tersendiri tergantung pada kompleksitas sistem yang dihadapi. Metode substitusi dinilai paling sesuai untuk sistem sederhana dua variabel, sementara eliminasi Gauss dan matriks invers lebih unggul dalam menangani sistem tiga variabel atau lebih yang bersifat kompleks. Pemahaman yang mendalam terhadap ketiga metode ini tidak hanya memperkuat kemampuan analisis matematis, tetapi juga membentuk dasar yang kokoh bagi mahasiswa dalam menerapkan konsep aljabar linear.

DAFTAR FUSTAKA

- Anton, H., & Rorres, C. (2010). *Elementary Linear Algebra*. Wiley.
 Lay, D. C. (2012). *Linear Algebra and Its Applications*. Pearson.



- Nicholson, W. K. (2013). *Linear Algebra with Applications*. McGraw-Hill.
- Nurhaswinda, N., Fitriah, N. U., Aini, A. F., & Natasya, Z. (2025). Penerapan aljabar linear dalam pemodelan sistem dinamis. *Cahaya Pelita: Jurnal Pendidikan dan Kebudayaan*, 1(2), 82-85.
- Umam, M. A., & Zulkarnaen, R. (2022). Analisis kemampuan pemahaman konsep matematis siswa dalam materi sistem persamaan linear dua variabel. *Jurnal Educatio Fkip Unma*, 8(1), 303-312.